



ONDER PROFESSOREN

Risk sharing en peer-to-peer verzekering



Bij peer-to-peer (P2P) insurance wordt een risk-sharing netwerk opgezet door een groep gelijkgezinden met de bedoeling om hun risico's (tot op zekere hoogte) in een pool onder te brengen en zelf te beheren. Een voorbeeld van risk-sharing in de praktijk zijn de Nederlandse broodfondsen. Dit zijn netwerken van relatief kleine groepen van ondernemers die hun risico op arbeidsongeschiktheid poolen en delen. Risk-sharing mechanismen treffen we ook aan bij uitoefenaars van eenzelfde beroep die een pool vormen om zich te beschermen tegen professionele risico's. Ook catastrofes en grote industriële risico's worden soms gedekt door fondsen die opereren via de techniek van het risk-sharen.

In het kielzog van de vernieuwde interesse in en ontwikkeling van P2P insurance en crowdsurance werden er recent een reeks wetenschappelijke papers gepubliceerd over risk-sharing. In het artikel '*Risk-sharing rules and their properties, with applications to peer-to-peer insurance*' bestuderen Michel Denuit (UCLouvain), Christian Robert (ENSEA, Paris) en ikzelf een reeks eigenschappen waaraan 'risk-sharing' mechanismen kunnen voldoen. Vervolgens onderzoeken we of bepaalde klassen van bestaande en ook nieuw geïntroduceerde risk-sharing regels deze eigenschappen al dan niet bezitten. We besteden in onze paper ruim aandacht aan de zogenaamde 'conditional mean risk-sharing' regel die voor het eerst gedefinieerd werd in Denuit en Dhaene (2012), evenals aan de nieuw geïntroduceerde 'kwantiel risk-sharing' regel. De resultaten in onze paper kunnen niet alleen nuttig zijn bij het ontwikkelen van nieuwe collaboratieve risk-sharing mechanismen, maar kunnen eveneens gebruikt worden bij het beheren van contingent risk funds, waarbij een gegeven budget volgens een vooraf afgesproken regel verdeeld wordt over een aantal rechthebbenden.

RISK-SHARING

Beschouw n individuen, die we identificeren als de personen 1, 2, ..., n . Veronderstel dat iedere persoon i blootgesteld wordt aan een random niet-negatief financieel verlies X_i op het einde van de observatieperiode $[0,1]$. De n -dimensionele kansvector van verliezen $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ wordt de pool genoemd. Het geaggregeerde verlies



Jan Dhaene

Jan Dhaene heeft een Master in de Wiskunde (Universiteit Gent, België) en in Actuariële Wetenschappen (KU Leuven, België). Hij heeft een PhD in Actuariële Wetenschappen aan de KU Leuven, waar hij werkte onder leiding van prof. dr. N. De Pril en prof. dr. M.J. Goovaerts. Momenteel is hij gewoon hoogleraar bij de Actuariële Onderzoeksgroep van het Departement Accountancy, Financiën en Verzekeringen aan de Faculteit Bedrijfswetenschappen en Economie van de KU Leuven.

Hij is hoofd van het Onderzoekscentrum Verzekeringen (Actuariële Onderzoeksgroep) aan de KU Leuven, en hoofd van de afdeling Actuariële Toepassingen voor Verzekeringsmaatschappijen en Pensioenfondsenbeheer, KU Leuven Onderzoek en Ontwikkeling (LRD).

Momenteel is hij gastdocent aan UNIBO (Universiteit van Bologna), UNITO (Universiteit van Turijn), UAC (Université d'Abomey-Calavi, Benin) en UIBE (University of International Business and Economics, Beijing, China).

van de n deelnemers wordt genoteerd als $S = X_1 + \dots + X_n$. In afwezigheid van enige vorm van verzekering of risk-sharing overeenkomst, draagt ieder individu zijn eigen risico, hetgeen betekent dat ieder individu i de op tijdstip 1 observeerbare realisatie x_i van zijn random verlies X_i draagt.

Veronderstel nu dat de n individuen beslissen om hun verliezen niet zelf te dragen, maar om deze samen te brengen in een pool, waarbij op tijdstip 1 het gerealiseerde verlies van iedere deelnemer vergoed zal worden vanuit uit de pool. Daartegenover staat dat iedere deelnemer op tijdstip 1 zijn bijdrage zal leveren om het geheel van de geaggregeerde verliezen van de pool te helpen dragen. Hoeveel ieder individu precies gaat bijdragen op tijdstip 1 wordt op tijdstip 0 afgesproken via een zogenaamde risk-sharing regel.

Risk-sharing in een pool is dus een proces dat in twee stadia verloopt. In de ex ante stap, op tijdstip 0, vindt een herverdeling plaats van de individuele verliezen door de kansvector $\mathbf{X}$ te vervangen door een nieuwe kansvector $(H_1(\mathbf{X}), \dots, H_n(\mathbf{X}))$. Iedere deelnemer i draagt dus random verlies X_i over aan de pool. In ruil neemt hij het random verlies $H_i(\mathbf{X})$ over van de pool. Om het financiële evenwicht te garanderen worden de kansvariabelen $H_i(\mathbf{X})$ zo bepaald dat de som van al de individuele bijdragen $H_1(\mathbf{X}) + \dots + H_n(\mathbf{X})$ gelijk is aan het geaggregeerde verlies $S = X_1 + \dots + X_n$ van de pool. Deze gelijkheid tussen bijdragen enerzijds en uitkeringen anderzijds wordt het ‘full allocation’ principe genoemd. De ex-post stap vindt plaats op tijdstip 1, wanneer de realisatie $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ van de pool $\mathbf{X}$ gekend is. Op dat moment ontvangt iedere deelnemer i de realisatie x_i van zijn verlies X_i . In ruil daarvoor betaalt hij de realisatie $H_i(\mathbf{x})$ van het aan hem op tijdstip 0 toegekende random verlies $H_i(\mathbf{X})$. Een typische herallocatie zal ervoor zorgen dat iedere deelnemer een relatief kleine bijdrage betaalt om de grote verliezen van de pechvogels mee te helpen dragen.

ENKELE RISK-SHARING REGELS

Voor een homogene pool, waar de individuele verliezen X_i onafhankelijk en identiek verdeeld zijn, bestaat een voor de hand liggende risk-sharing regel erin om iedere deelnemer een gelijk deel van het geaggregeerd verlies S te laten betalen. Dit wil zeggen dat de bijdrage van ieder individu i gegeven wordt door $H_i(\mathbf{X}) = S/n$. Hierna noemen we deze regel de uniforme risk-sharing regel.

Het bepalen van een adequate en intuïtieve risk-sharing regel voor een heterogene pool van niet-identiek verdeelde en eventueel ook nog niet-onafhankelijke verliezen is een veel uitdagender probleem. Veronderstel dat de op tijdstip 1 observeerbare realisatie van de geaggregeerde verliezen S van de pool $\mathbf{X}$ gelijk is aan s . De kwantiel risk-sharing regel stelt dat de gerealiseerde schade s op zulke wijze verdeeld wordt dat iedere deelnemer i hetzelfde p – kwantiel van de verdelingsfunctie F_i van zijn eigen verlies X_i bijdraagt. De bijdrage van deelnemer i is dus gelijk aan $H_i(\mathbf{x}) = (F_i)^{-1}(p)$, waarbij de kans p zodanig bepaald wordt dat er voldaan is aan het ‘full allocation’ principe, dus $(F_1)^{-1}(p) + \dots + (F_n)^{-1}(p) = s$. Er werd hierbij stilzwijgend verondersteld dat alle marginale verdelingen F_i strikt stijgend zijn. De kwantiel risk-sharing regel kan eveneens gedefinieerd worden voor algemene verdelingen, maar dan dient er gebruik gemaakt te worden van een meer algemene definitie voor de inverse van een verdeling.

In Denuit & Dhaene (2012) werd de conditional mean risk-sharing regel geïntroduceerd. Bij deze regel wordt de ex-post bijdrage van iedere deelnemer bepaald als de conditionele verwachtingswaarde van het individuele verlies van deze deelnemer, gegeven het geaggregeerde verlies S van de pool. In formule-vorm uitgedrukt betekent dit dat de bijdrage van deelnemer i gegeven wordt door $H_i(\mathbf{X}) = E[X_i \mid S]$.

Een interessante eigenschap van zowel de kwantiel risk-sharing regel als van de conditional mean risk-sharing regel is dat ze reduceren tot de uniforme risk-sharing regel in het homogene geval van identiek verdeelde en onderling onafhankelijke risico’s.

De bijdragen van de drie hierboven voorgestelde risk-sharing regels zijn enkel afhankelijk van de individuele verliezen via het geaggregeerde verlies S van de pool. In dit geval spreekt men van geaggregeerde risk-sharing regels. Een voorbeeld van een niet-geaggregeerde risk-sharing regel is de zogenaamde order statistiek risk-sharing regel, waar de bijdrage van individu i gegeven wordt door $H_i(\mathbf{X}) = X_{(i)}$. Hierbij is $X_{(i)}$ het i -de kleinste verlies van de pool $\mathbf{X}$. Bij gebruik van deze risk-sharing regel wordt impliciet verondersteld dat deelnemers gerangschikt kunnen worden op basis van hun risico –dragende capaciteit en dat degenen met de grotere capaciteit meer bijdragen tot het geaggregeerde verlies van de pool.

EIGENSCHAPPEN VAN RISK-SHARING REGELS

Geïnspireerd op de uitgebreide wetenschappelijk literatuur over de eigenschappen waaraan premieberekingsprincipes en risk measures kunnen voldoen, introduceren we in ons paper een reeks ‘redelijke’ eigenschappen voor risk-sharing regels. Vervolgens onderzoeken we of de hierboven vermelde risk-sharing regels deze eigenschappen al dan niet bezitten.

Een risk-sharing regel voldoet aan de reshuffling eigenschap indien de volgorde waarin de individuele deelnemers beschouwd worden geen invloed heeft op hun respectievelijke bijdragen. De translativity eigenschap stelt dat indien het random verlies van een individuele deelnemer i verhoogd wordt met een constante c , de bijdragen van de andere deelnemers niet gewijzigd worden. De positive homogeneity eigenschap betekent dat indien alle schades van de pool met een positieve constante vermenigvuldigd worden, dan ook alle bijdragen vermenigvuldigd worden met diezelfde constante. Beschouw nu het geval waarbij de pool uitgebreid wordt met een extra deelnemer die een constant verlies te dragen heeft. De constancy eigenschap betekent dat de bijdragen van alle andere deelnemers in de pool niet gewijzigd worden door deze uitbreiding. Een risk-sharing regel bezit de no-ripoff eigenschap indien geen enkele individuele bijdrage het gerelateerde originele verlies overtreft. De actuarial fairness eigenschap stelt dat, gemiddeld gezien, deelnemers noch winst, noch verlies maken door deel te nemen in de risk-sharing pool. Het verwachte verlies van ieder individu is dus gelijk aan zijn verwachte bijdrage.

Risk-sharing regels dienen zo opgesteld te worden dat iedere deelnemer het toegekende verlies $H_i(\mathbf{X})$ op één of andere manier verkiest boven zijn stand-alone positie X_i . Om dit formeel uit te drukken voeren we de willingness-to-join eigenschap voor risk-sharing regels in. Deze eigenschap stelt dat de individuele bijdrage $H_i(\mathbf{X})$ van iedere deelnemer i ‘kleiner’ is dan zijn oorspronkelijk verlies X_i . Hierbij wordt ‘kleiner dan’ vertaald in termen van convexe orde. Intuïtief gezien betekent dit dat $H_i(\mathbf{X})$ en X_i van dezelfde omvang zijn (in die zin dat ze gelijke verwachtingswaarden hebben), maar dat $H_i(\mathbf{X})$ minder variabel is dan X_i (in die zin dat grote uitkomsten meer waarschijnlijk zijn voor X_i dan voor $H_i(\mathbf{X})$).

Veronderstel dat de verliezen X_k en X_l van de pool $\mathbf{X}$ samengevoegd worden. Dit betekent dat het k -de verlies X_k vervangen wordt door $X_k + X_l$, en het l -de verlies X_l op 0 gezet wordt. Een risk-sharing regel voldoet aan de fair merging eigenschap indien voor alle deelnemers, behalve k en l , de ex-post bijdragen door deze samenvoeging niet gewijzigd worden.

Beschouw de situatie waarbij het verlies X_k van de pool $\mathbf{X}$ opgesplitst wordt in twee niet-negatieve delen Y_k en $(X_k - Y_k)$, waarbij deelnemer k het deel Y_k behoudt, terwijl het deel $(X_k - Y_k)$ overgedragen wordt aan een nieuwe deelnemer X_{n+1} . Een risk-sharing regel voldoet dan aan de fair splitting eigenschap indien de bijdragen van de overige deelnemers van de pool niet gewijzigd worden door deze opsplitsing.

Een risk-sharing regel voldoet aan de comonotonicity eigenschap (en wordt een comonotone risk-sharing regel genoemd) indien de herallocatie van de verliezen van iedere pool $\mathbf{X}$ leidt tot een comonotone kansvector $(H_1(\mathbf{X}), \dots, H_n(\mathbf{X}))$ van bijdragen. Dit betekent dat alle bijdragen niet-dalende functies zijn van het geaggregeerde verlies S , dus $(H_1(\mathbf{X}), \dots, H_n(\mathbf{X})) = (f_1(S), \dots, f_n(S))$ voor niet-dalende functies f_i . De comonotonicity eigenschap garandeert dat de belangen van alle deelnemers in dezelfde richting lopen. Inderdaad, iedere participant heeft er belang bij dat zijn eigen verlies, en dus ook dat van de andere deelnemers, zo klein mogelijk is.

EIGENSCHAPPEN VAN DE UNIFORME, KWANTIEL EN CONDITIONAL MEAN RISK-SHARING REGELS

Een vraag die nu rijst is aan welke van de hierboven vermelde eigenschappen de uniforme, kwantiel en conditional mean-risk sharing regels voldoen.

De uniforme risk-sharing regel $H_i(\mathbf{X}) = S/n$ voldoet slechts aan de volgende van de hierboven vermelde eigenschappen: reshuffling, fair merging en comonotonicity. De uniforme risk-sharing regel voldoet dus niet altijd aan de volgende eigenschappen: translativity, constancy, no-ripoff, actuarial fairness en willingness-to-join. Het is dus meestal niet aangewezen om deze risk-sharing regel te gebruiken bij algemene (niet-homogene) pools, hetgeen intuïtief meteen duidelijk is.

De kwantiel risk-sharing regel scoort iets beter, aangezien hij alle hierboven vermelde eigenschappen bezit, behalve actuarial fairness, willingness-to-join, fair merging en fair splitting.

De onbetwiste winnaar is de conditional mean risk-sharing regel $H_i(\mathbf{X}) = E[X_i \mid S]$. Deze regel voldoet steeds aan alle hierboven vermelde eigenschappen, behalve de comonotonicity eigenschap. Deze laatste eigenschap geldt slechts voor pools waarbij alle bijdragen $E[X_i \mid S]$ niet-dalende functies zijn van het geaggregeerde verlies S . Aan deze voorwaarde is in de praktijk vaak voldaan.

De hoeveelheid informatie die vereist is over de verdelingsfunctie van $\mathbf{X}$ om de bijdragen $H_i(\mathbf{X})$ te kunnen berekenen bepaalt de mate waarin de pool blootgesteld is aan model-risico. De uniforme risk-sharing regel vereist geen kennis van de multivariate verdeling van de pool $\mathbf{X}$. De geobserveerde waarde s van het geaggregeerde verlies S volstaat om de ex-post individuele bijdragen te bepalen. Voor de kwantiel risk-sharing regel dienen naast s eveneens de verdelingsfuncties van de individuele verliezen X_i gekend zijn. Worden de individuele bijdragen met de conditional mean risk-sharing regel bepaald, dan dient naast s en de verdelingsfuncties van de individuele verliezen ook nog de nodige informatie over de afhankelijkheden tussen de individuele verliezen beschikbaar te zijn.

TOT SLOT: COMBINEREN VAN RISK-SHARING EN KLASSIEKE VERZEKERING

Bij de risk-sharing schema’s zoals hierboven beschreven zijn de bijdragen van de deelnemers slechts gekend op het einde van de periode. Bovendien zijn die bijdragen in principe onbegrensd. Dit vereist een grote vorm van vertrouwen onder de deelnemers in de pool. Om het ‘counter-party risk’ te beperken kan de zuivere risk-sharing techniek echter gecombineerd worden met de klassieke verzekeringstechniek.

Beschouw bijvoorbeeld de pool $\mathbf{X}$ en de geaggregeerde risk-sharing regel $(H_1(S), \dots, H_n(S))$. Veronderstel dat de bijdrage van deelnemer i beperkt wordt tot de onderste layer $[0, d_i]$ van $H_i(S)$, terwijl het overige deel van $H_i(S)$ wordt overgedragen aan een verzekeraar. Om het counter-party risk te beperken dient iedere deelnemer een ex ante deposito d_i te storten. Deze ex ante betaling wordt gecombineerd met een ex post bonus systeem dat het verschil tussen d_i en $H_i(s)$ terugbetaalt aan deelnemer i , indien $H_i(s)$ uiteindelijk kleiner blijkt te zijn dan het ex ante betaalde bedrag d_i . Indien $H_i(s)$ echter groter uitvalt dan d_i , dan wordt er niets terugbetaald van het deposito en legt de verzekeraar het verschil bij. Uiteraard betaalt iedere deelnemer naast het deposito d_i op tijdstip 0 ook een verzekeringspremie voor de verzekeringsdekking van de bovenste layer.

Voor de deelnemers van een pool biedt een partnership met een verzekeraar, zoals hierboven beschreven, verscheidene voordelen. De bijdragen van de deelnemers zijn geplafonneerd, de deposito betalingen vermijden het counter-party risk veroorzaakt door de mede-deelnemers. Tenslotte kan er gebruik gemaakt worden van de uitgebreide ervaring van de verzekeraar in schade-afhandeling en bijhorende administratie. ■

Referenties

Denuit M., Dhaene J. (2012). ‘*Convex order and comonotonic conditional mean risk sharing*’, Insurance: Mathematics and Economics 51(2), 265–270.

Denuit M., Dhaene J., Robert C. (2021). ‘*Risk-sharing rules and their properties, with applications to peer-to-peer insurance*’, LIDAM Discussion Paper ISBA 2021/37, pp. 44.

Jan Dhaene geeft het stokje door aan Emiliano Valdez.